

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Чернігівська політехніка»
Навчально-науковий інститут електронних та інформаційних технологій
Кафедра *інформаційних технологій та програмної інженерії*

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Завідувач кафедри

І.В. Білоус
“31” *серпня* 2021 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ (ВБ 3)

Освітня програма «Інженерія програмного забезпечення»

Рівень вищої освіти – *перший (бакалаврський)*

Спеціальність *121 – Інженерія програмного забезпечення*

Мова навчання: *українська*

Статус дисципліни: *вибіркова*

Форма навчан.	Рік навч.	Сем.	Розподіл годин					Разом	За тиждень		ІНДЗ	Контр.
			Всього ауд.	Лек	Пр	Лаб.	СРС		Ауд	СРС		
Денна	2	3	30	16		14	90	120	2	5,625	РГР	екзамен

Чернігів, 2021 рік

Робоча програма Чисельні методи

для студентів галузі знань 12 – Інформаційні технології спеціальності 121 – Інженерія програмного забезпечення

Розробник робочої навчальної програми:

доцент кафедри інформаційних технологій та програмної інженерії НУ «Чернігівська політехніка», канд. пед. наук, доцент

_____ (підпис) (О.В. Трунова)
(прізвище та ініціали)

Робочу програму обговорено на засіданні кафедри *інформаційних технологій та програмної інженерії*

Протокол від “31” серпня 2021 року № 1

Завідувач кафедри *інформаційних технологій та програмної інженерії*

_____ (підпис) (І.В. Білоус)
(прізвище та ініціали)

Abstract

ESI EIT / B53 – NUMERICAL METHODS

2021/2022 Sem. 3

Course Description

Pre-requisites: Mathematical analysis, Linear algebra, Analytical geometry

Course Type Compulsory

Numerical methods play a crucial role in modern natural sciences and engineering. This is due to the fact that problems arising in both fundamental research and applications in a variety of subject matter fields - ranging from molecular biology to neurosciences to quantum chemistry to applied statistics --- are typically quite complicated. Over the last decades, researchers, engineers and numerical analysts have grown to rely on easily available and ever-abundant computing power. The vast majority of problems in modern-day sciences and engineering cannot be solved without some form of computing. Computing power however does not solve problems by itself. Numerical algorithms do. This way, being able to use and develop fast, reliable and robust numerical algorithms is a key skill for working in a variety of subject matter fields. Thus numerical methods have a prominent place in the applied mathematics curriculum. This course is intended to be an introduction into numerical methods, and is designed to cover the basics of numerical analysis.

The course is split into two large parts. The first part (modules 1) covers classic topics:

- Solving non-linear equations of one variable (bisections, Newton's method, localizing roots);
 - Direct and iterative methods of solving systems of linear equations: Gaussian elimination and LU decomposition, pivoting; Gauss-Seidel method and its convergence theorems; Thomas algorithm for tridiagonal systems;
 - Interpolation and least-squares approximation: polynomial interpolation, Lagrange interpolators and splines;
 - Numerical calculus: integration (rectangles, trapezoidals, Simpson's method) and differentiation via finite differences;
 - Solving systems of non-linear equations;
 - Univariate optimization.
- The second part of the course (modules 2) covers
- Cauchy problem for ordinary differential equations; • Boundary value problem for ordinary differential equation;
 - Basic methods of solving partial differential equations, e.g. one-dimensional heat equation and wave equation.

Study Aims In this course, students should a) learn classic numerical methods of solving the standard mathematical tasks; b) develop skills of working with standard mathematical programs, such as Mathcad, Mathematica, Matlab, and their open source equivalents. 3. **Learning Outcomes** Upon completion of this course, students should a) know standard numerical methods of numerically solving typical mathematical tasks; b) be able to choose an adequate numerical method for numeric solution of certain mathematical tasks; c) have skills of performing numerical calculations using standard mathematical systems such as Mathcad, Mathematica, Matlab, or their open source equivalents.

1 Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів 4	Галузь знань: 12 Інформаційні технології	Вибіркова	
Змістових модулів – 2	спеціальність 121 Інженерія програмного забезпечення	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 120		2-й	
		Семестр	
	3-й		
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 2 самостійної роботи студента – 5,625	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	Лекції	
		16 год.	
		Практичні, семінарські	
		Лабораторні	
		14 год.	
		Самостійна робота	
		90 год.	
		Індивідуальні завдання:	
		Вид контролю: екзамен	

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить для денної форми навчання – $30/90=1/3$.

З метою кращого засвоєння навчального матеріалу дисципліни студенти повинні до її початку опанувати знання та навички з дисциплін: "Комп'ютерні числення", "Комп'ютерна дискретна математика", вміти використовувати комп'ютерну техніку та сучасні математичні пакети для вирішення математичних задач. Зокрема такі результати навчання, як знайомство з основами роботи в системі Mathcad набуті під час вивчення дисципліни «Комп'ютерні числення».

У свою чергу знання з даної дисципліни дадуть студентам змогу оволодіти знаннями теоретичних та практичних методів розв'язання типових математичних задач, забезпечити успішне виконання курсових проектів, бакалаврських випускних робіт і дипломних проектів, науководослідної роботи студентів. Дисципліна є базовою для вивчення наступних дисциплін: «Моделювання систем», «Імітаційне моделювання», «Інтелектуальний аналіз даних», «Data Mining», «Емпіричні методи програмної інженерії», «Комп'ютерні технології статистичної обробки даних».

Обов'язковою умовою викладання дисципліни є проведення лабораторного практикуму із застосуванням ПЗ Mathcad та мов R і Python при цьому допускається використання таких мов програмування, як R, Python, C++, Java, Java Script, HTML.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Чисельні методи” є закріплення та розвиток фахових компетентностей бакалавра в галузі знань 12 – *Інформаційні технології* із застосування у повсякденній діяльності та розробки нових методів обробки інформації. Зокрема, це:

- ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК3. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
- ЗК5. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК6. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
- ЗК7. Здатність працювати в команді.
- ЗК8. Здатність діяти на основі етичних міркувань.
- ФК22. Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для успішного розв'язання завдань інженерії програмного забезпечення.
- ФК28. Здатність до алгоритмічного та логічного мислення.

3. Очікувані результати навчання з дисципліни

Навчальна дисципліна “Чисельні методи” має допомогти сформувати наступні програмні результати навчання:

- ПР01. Аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.
- ПР05. Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розробки програмного забезпечення.
- ПР07. Знати і застосовувати на практиці фундаментальні концепції, парадигми і основні принципи функціонування мовних, інструментальних і обчислювальних засобів інженерії програмного забезпечення
- ПР18. Знати та вміти застосовувати інформаційні технології обробки, зберігання та передачі даних.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати:

- загальні поняття, пов'язані з чисельними методами;
- постановки типових математичних задач;
- чисельні методи розв'язання систем лінійних та нелінійних рівнянь;
- методи обчислення власних значень і власних векторів матриці;
- чисельні методи наближення функцій;
- методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій;
- методи чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь;
- чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь із частинними похідними.

вміти:

- розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем традиційними методами та з використанням ПЗ Mathcad.

- проектувати, програмувати, тестувати й налагоджувати програми, що реалізують алгоритми чисельних методів з використанням елементів людино-машинного інтерфейсу.

4. Критерії оцінювання результатів навчання

З тими студентами, які до проведення підсумкового семестрового контролю не встигли виконати всі обов'язкові види робіт та мають підсумкову оцінку менше 20 балів (за шкалою оцінювання), проводяться додаткові індивідуальні заняття, за результатами яких визначається, наскільки глибоко засвоєний матеріал, та чи необхідне повторне вивчення дисципліни.

Дисципліну можна вважати такою, що засвоєна, якщо студент:

демонструє **знання і розуміння:**

- основних принципів, історії та сучасних проблем щодо досліджень в сфері чисельного аналізу;
- загальних постановок основних математичних задач та чисельних методів їх розв'язання;
- теоретичних особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач.

Також очікується, що студент особисто та як член групи буде демонструвати **навички та здібності:**

- проектування та розробки прикладного програмного забезпечення;
- реалізації на ЕОМ чисельних методів розв'язання математичних задач;
- застосування одного або декількох з відомих комп'ютерних математичних пакетів при розв'язанні практичних задач.

5. Засоби діагностики результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з дисципліни є:

- екзамен;
- розрахунково-графічна робота;
- презентації результатів виконаних завдань та досліджень;
- студентські презентації та виступи на наукових заходах;
- інші види індивідуальних та групових завдань.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 120 годин / 4 кредити ECTS.

6. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій

Тема 1. Вступ. Загальні поняття

Вступ. Сутність чисельних методів. Загальні поняття. Арифметика з плаваючою крапкою. Характеристики чисельних методів.

Тема 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Постановка задачі розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод виключення Гауса. Метод Гауса з вибором головного елемента. LU-розкладення. Метод простої ітерації. Розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності.

Тема 3. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим

Постановка задачі розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Метод дихотомії, метод хорд, метод Ньютона, метод простої ітерації.

Тема 4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

Постановка задачі розв'язання систем нелінійних рівнянь. Метод Ньютона, метод простої ітерації. Метод найменших квадратів.

Тема 5. Чисельні методи обчислення власних значень і власних векторів матриці

Поняття власного значення і власного вектора квадратної матриці. Метод ітерацій для пошуку максимального за модулем власного значення матриці.

Тема 6. Чисельні методи наближення функцій

Постановка задачі наближення функцій. Інтерполяція та апроксимація. Метод найменших квадратів для апроксимації функцій. Інтерполяція лінійна та квадратична. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ньютона. Сплайн-інтерполяція.

Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь, методи математичної фізики

Тема 7. Чисельне диференціювання функцій

Постановка задачі чисельного диференціювання функцій. Формули чисельного диференціювання функцій. Оцінки погрешності.

Тема 8. Чисельне інтегрування функцій

Постановка задачі чисельного інтегрування функцій. Формула трапецій. Формула Сімпсона.

Тема 9. Чисельне інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші

Постановка задачі чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші. Методи Ейлера, Рунге-Кутта. Багатокрокові методи розв'язання диференціальних рівнянь. Неявні методи розв'язання жорстких задач.

Тема 10. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь

Постановка крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь. Метод кінцевих різниць.

Тема 11. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь

Постановка задачі розв'язання інтегральних рівнянь. Класифікація інтегральних рівнянь. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь. Методи апроксимуючих функцій.

Тема 12. Методи математичної фізики

Класифікація диференціальних рівнянь із частинними похідними. Постанова задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними еліптичного, параболічного та гіперболічного типу. Метод сіток та метод скінчених елементів.

7. Структура навчальної дисципліни

У процесі вивчення дисципліни "Чисельні методи" студент має ознайомитися з програмою дисципліни, її структурою, формами та методами навчання, видами та методами контролю знань.

Тематичний план дисципліни "Чисельні методи" складається з двох модулів.

Навчальний процес здійснюється у таких формах як лекційні та лабораторні заняття, самостійна робота студента.

Структура залікового кредиту дисципліни наведена у табл. 1.

Курс "Чисельні методи" вивчається протягом 120 годин, лекції – 16 години, лабораторних – 14.

Таблиця 1

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ЗМ 1.												
Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій												
Тема 1. Вступ. Загальні поняття	10	1		1		8						
Тема 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	10	2		1		7						
Тема 3. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим	10	1		1		8						
Тема 4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь	10	1		1		8						
Тема 5. Чисельні методи обчислення власних значень і власних векторів матриці	10	1				9						
Тема 6. Чисельні методи наближення функцій.	10	2		2		6						
Разом за модулем 1	60	8		6		46						
Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь												
Тема 7. Чисельне диференціювання функцій	10	2		2		6						
Тема 8. Чисельне інтегрування функцій	10	2		2		6						
Тема 9. Чисельне інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші	10	2		2		6						
Тема 10. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь	10	1		2		7						
Тема 11. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь	10	1				9						
Тема 12. Методи математичної фізики	10					10						
Разом за модулем 2	60	8		8		44						
Усього годин	120	16		14		90						

Плани лекцій

Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій

Тема 1. Вступ. Загальні поняття

- 1.1. Вступ.
- 1.2. Основні групи методів розв'язання математичних задач.
- 1.3. Етапи рішення практичних задач на ЕОМ.
- 1.4. Поняття ітерації та ітераційного метода.
- 1.5. Арифметика з плаваючою крапкою.
- 1.6. Характеристики чисельних методів (збіжність, погрішність, усталеність та інше).

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

- 2.1. Постановка задачі розв'язання систем лінійних рівнянь.
- 2.2. Основні групи методів розв'язання систем лінійних рівнянь (точні та наближені).
- 2.3. Метод виключення Гаусса.
- 2.4. Метод Гаусса с вибором головного елемента.
- 2.5. LU-розкладення.
- 2.6. Метод простої ітерації. Оцінки швидкості збіжності.
- 2.7. Розв'язання систем лінійних рівнянь великої розмірності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 3. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим

- 3.1. Постановка задачі розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.
- 3.2. Метод дихотомії, швидкість збіжності.
- 3.3. Метод хорд, швидкість збіжності.
- 3.4. Метод Ньютона, швидкість збіжності.
- 3.5. Метод простої ітерації, швидкість збіжності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

- 4.1. Постановка задачі розв'язання систем нелінійних рівнянь.
- 4.2. Метод Ньютона, умови та швидкість збіжності.
- 4.3. Метод простої ітерації, умови та швидкість збіжності.
- 4.4. Метод найменших квадратів.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [9; 10; 13; 14; 16].

Тема 5. Обчислення власних значень і власних векторів матриці

- 5.1. Поняття власного значення і власного вектора квадратної матриці.
- 5.2. Обчислення власних значень матриць спеціального типу.
- 5.3. Метод ітерацій для пошуку максимального по модулю власного значення матриці. Умова збіжності метода.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10 – 12].

Тема 6. Чисельні методи наближення функцій

- 6.1. Постановка задачі наближення функцій, апроксимація та інтерполяція.
- 6.2. Метод найменших квадратів для апроксимації функцій.
- 6.3. Інтерполяція лінійна та квадратична, оцінки погрішності.
- 6.4. Інтерполяційний поліном Лагранжа, оцінки погрішності.

6.5. Сплайн-інтерполяція, оцінки погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь, методи математичної фізики

Тема 7. Чисельне диференціювання функцій

7.1. Постановка задачі чисельного диференціювання функцій.

7.2. Інтерполяційний багаточлен Ньютона.

7.3. Формули чисельного диференціювання функцій, оцінки їх погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 8. Чисельне інтегрування функцій

8.1. Постановка задачі чисельного інтегрування функцій.

8.2. Формула трапецій, оцінки погрішності.

8.3. Формула Сімпсона, оцінки погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 9. Чисельне інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача

Коші

9.1. Поняття звичайних диференціальних рівнянь та систем рівнянь.

9.2. Постановка задачі Коші.

9.3. Метод Ейлера та його модифікації, оцінки погрішності.

9.4. Метод Рунге-Кутта 4-го порядку, оцінки погрішності.

9.5. Багатокрокові методи розв'язання диференціальних рівнянь.

9.6. Неявні методи розв'язання жорстких задач.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 10. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь

10.1. Постановка крайової задачі.

10.2. Метод кінцевих різниць, оцінки погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 11. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь

11.1. Постановка задачі розв'язання інтегральних рівнянь.

11.2. Класифікація інтегральних рівнянь.

11.3. Прямі й ітераційні чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь.

11.4. Методи апроксимуючих функцій.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 12; 15].

Тема 12. Методи математичної фізики

12.1. Класифікація диференціальних рівнянь із частинними похідними.

12.2. Постановка задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними еліптичного, параболічного та гіперболічного типу.

12.3. Метод скінчених різниць.

12.4. Метод скінчених елементів.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10 – 15].

8. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття – це організаційна форма навчального заняття, на якому студенти під керівництвом викладача використовують комп'ютерні інформаційні технології для розв'язання поставлених задач.

Лабораторні заняття проводяться з однією академічною групою, яка поділяється на дві підгрупи, що навчаються в двох комп'ютерних аудиторіях.

На кожному лабораторному занятті викладач оцінює підготовку студентів до заняття, уміння застосовувати комп'ютерні інформаційні технології для вирішення поставлених задач. Підсумкові оцінки за кожне лабораторне заняття вносяться у відповідний журнал. Отримані студентом оцінки за окремі лабораторні заняття враховуються при виставленні поточної модульної оцінки (практичний модульний контроль) з даної навчальної дисципліни. Перелік тем лабораторних робіт наведений в табл. 2.

Таблиця 2

Назва модуля	Теми лабораторних робіт	Кількість годин
МОДУЛЬ 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій	1. Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	2
	2. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь	2
	3. Чисельні методи наближення функцій. Апроксимація та інтерполяція функцій	2
МОДУЛЬ 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь	4. Чисельне диференціювання функцій	2
	5. Чисельне інтегрування функцій	2
	6. Чисельні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Чисельні методи розв'язання лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку	4
Усього		14 годин

9. Самостійна робота студентів

Необхідним елементом успішного засвоєння навчального матеріалу дисципліни є самостійна робота студентів з вітчизняною та закордонною спеціальною літературою. Самостійна робота є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять.

Основні види самостійної роботи, запропоновані студентам:

- вивчення лекційного матеріалу; робота з рекомендованою літературою;
- вивчення окремих тем або питань, що передбачені для самостійного опрацювання;
- вивчення основних термінів та понять з галузі чисельного аналізу та дослідження операцій;
- підготовка до лабораторних занять;
- підготовка до проміжного та підсумкового контролю;
- контрольна перевірка кожним студентом особистих знань за питаннями для самостійного поглибленого вивчення та самоконтролю;
- робота над доповіддю.

Самостійна робота

Опрацювання лекційного матеріалу (0,25 год. на 1 год. лекції) - 4 год.

Виконання контрольних робіт (4 год. на 1 контрольну роботу) - 8 год.

Проробка окремих розділів програми, які не викладались на лекціях - 78 год.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Вступ. Загальні поняття	6
2	Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	8
3	Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	8
4	Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.	8
5	Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь	8
6	Чисельні методи наближення функцій. Апроксимація та інтерполяція функцій	8
7	Чисельне диференціювання функцій	8
8	Чисельне інтегрування функцій	8
9	Чисельні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.	8
10	Чисельні методи розв'язання лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку	8
Разом		78

Питання для самостійного опрацювання

Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій

Тема 1. Вступ. Загальні поняття

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Основні групи методів розв'язання математичних задач та їх характеристики.
2. Етапи вирішення практичних задач на ЕОМ.
3. Поняття ітерації та ітераційного методу.
4. Арифметика з плаваючою крапкою, погрішність обчислювань.
5. Поняття абсолютної та відносної погрішності наближеного розв'язку.
6. Характеристики чисельних методів (трудомісткість, збіжність, погрішність, усталеність).

Теми доповідей

1. Способи зберігання чисел в ЕОМ та арифметика з плаваючою крапкою.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Основні групи методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (точні та наближені).
2. Метод Гаусса с вибором головного елемента.
3. LU-розкладення та його застосування для розв'язання систем лінійних рівнянь.
4. Метод простої ітерації. Умови та оцінки швидкості збіжності.

5. Проблеми, що пов'язані з розв'язанням систем лінійних рівнянь великої розмірності.

Теми доповідей

1. Огляд точних чисельних методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

2. Огляд ітераційних чисельних методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 3. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановка задачі розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим.

2. Метод дихотомії, швидкість збіжності.

3. Метод хорд, швидкість збіжності.

4. Метод Ньютона, швидкість збіжності.

5. Метод простої ітерації, швидкість збіжності.

Теми доповідей

1. Огляд чисельних методів розв'язання рівнянь з одним невідомим.

2. Порівняльні характеристики чисельних методів розв'язання рівнянь з одним невідомим.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановка задачі розв'язання систем нелінійних рівнянь.

2. Метод Ньютона, його ідея, умови та швидкість збіжності.

3. Метод простої ітерації, його ідея, умови та швидкість збіжності.

4. Метод найменших квадратів, його ідея.

Теми доповідей

1. Характеристики методу Ньютона та приклади практичних задач, що потребують його застосування.

2. Метод найменших квадратів, його порівняння з методом Ньютона.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 5. Обчислення власних значень і власних векторів матриці

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Методи пошуку максимального по модулю власного значення матриці.

2. QR-алгоритм для пошуку всіх власних значень матриці.

Теми доповідей

1. Огляд чисельних методів пошуку власних значень матриці.

2. Огляд практичних задач, що приводять до пошуку власних значень матриці.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10 – 12].

Тема 6. Чисельні методи наближення функцій

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Метод найменших квадратів для апроксимації функцій.
2. Інтерполяція лінійна та квадратична, оцінки погрішності.
3. Інтерполяційний поліном Лагранжа, оцінки погрішності.
4. Сплайн-інтерполяція, оцінки погрішності.

Теми доповідей

1. Області застосування методу найменших квадратів.
2. Сплайн-інтерполяція та її застосування.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь, методи математичної фізики

Тема 7. Чисельне диференціювання функцій

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановки задач чисельного диференціювання функцій та їх особливості.
2. Інтерполяційний багаточлен Ньютона.
3. Формули чисельного диференціювання функцій, оцінки їх погрішності.

Теми доповідей

1. Інтерполяційний багаточлен Ньютона та його застосування при виведенні формул чисельного диференціювання функцій.
2. Способи підбору кроку чисельного диференціювання.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 8. Чисельне інтегрування функцій

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановки задач чисельного інтегрування функцій та їх особливості.
2. Формула трапецій, ідея методу, оцінки погрішності.
3. Формула Сімпсона, ідея методу, оцінки погрішності.

Теми доповідей

1. Способи підбору кроку для розрахунку значення визначеного інтегралу з заданою точністю.
2. Огляд інших чисельних методів чисельного інтегрування.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 9. Чисельне інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Поняття звичайних диференціальних рівнянь та систем рівнянь.
2. Постановка задачі Коші.
3. Метод Ейлера та його модифікації, оцінки погрішності.
4. Метод Рунге-Кутта 4-го порядку, оцінки погрішності.

Теми доповідей

1. Огляд чисельних методів розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
2. Приклади практичних задач, що зводяться до розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 10. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановка крайової задачі.
2. Метод кінцевих різниць, оцінки погрішності.

Теми доповідей

1. Огляд чисельних методів розв'язання крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь.
2. Приклади практичних задач, що зводяться до розв'язання крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 11. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. За якими критеріями проводиться класифікація інтегральних рівнянь?
2. Прямі й ітераційні чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь.
3. Метод Гальоркіна для розв'язання інтегральних рівнянь.

Теми доповідей

1. Огляд практичних задач, що призводять до розв'язання інтегральних рівнянь.
2. Порівняльні характеристики чисельних методів розв'язання інтегральних рівнянь.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 12; 15].

Тема 12. Методи математичної фізики

Питання для самостійного поглибленого вивчення

1. Постановка задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними еліптичного, параболічного та гіперболічного типу.
2. Види крайових умов в задачах для диференціальних рівнянь із частинними похідними.
3. Метод скінчених різниць. Види сіток. Ітераційні і прямі методи.
4. Метод скінчених елементів.

Теми доповідей

1. Огляд практичних задач, що призводять до розв'язання диференціальних рівнянь із частинними похідними еліптичного, параболічного та гіперболічного типу.
2. Різноманітність різницевої схем в методі скінчених різниць та методи їх розв'язання.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [6 – 15].

7. Контрольні запитання для самодіагностики

Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій

Тема 1. Вступ. Загальні поняття

1. Назвіть основні групи методів розв'язання математичних задач та їх характеристики.
2. Назвіть етапи вирішення практичних задач на ЕОМ.
3. Дайте визначення поняттю "ітерація".
4. Які методи називаються ітераційними?
5. Як представляються речовинні числа на ЕОМ?
6. Чому утворюється погрішність при арифметичних обчисленнях на ЕОМ?
7. Поняття абсолютної та відносної погрішності наближеного розв'язку. Де вони використовуються?
8. Назвіть основні характеристики чисельних методів.
9. Дайте визначення лінійної швидкості збіжності ітераційного методу.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 2. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Сформулюйте постановку задачі розв'язання системи лінійних рівнянь.
2. Назвіть основні групи методів розв'язання систем лінійних рівнянь, вкажіть їх принципи відмінності.
3. Сформулюйте ідею методу Гаусса.
4. Що називається LU-розкладенням матриці?
5. Як застосовують LU-розкладення при розв'язанні систем лінійних рівнянь.
6. Метод простої ітерації. Умови та оцінки швидкості збіжності.
7. Які проблеми пов'язані з розв'язанням систем лінійних рівнянь великої розмірності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 3. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь з одним невідомим

1. Сформулюйте постановку задачі розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим.
2. Яким умовам повинен задовольняти відрізок, на якому ведеться пошук розв'язку нелінійного рівняння? Як його можна знайти?
3. В чому полягає метод дихотомії для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим? Яку він має швидкість збіжності?
4. В чому полягає метод хорд для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим? Яку він має швидкість збіжності?
5. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим? Яку він має швидкість збіжності? Яку ще назву має цей метод?
6. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим? Яку він має швидкість збіжності?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

1. Сформулюйте постановку задачі розв'язання системи нелінійних рівнянь.
2. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання систем нелінійних рівнянь? Яка ідея методу? Вкажіть основні характеристики цього методу.
3. В чому полягає метод простої ітерації для розв'язання систем нелінійних рівнянь? Вкажіть основні характеристики цього методу.
4. В чому полягає метод найменших квадратів для розв'язання систем нелінійних рівнянь? В чому полягає його перевага?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 5. Обчислення власних значень і власних векторів матриці

1. Поняття власного значення і власного вектора квадратної матриці.
2. Як можна відшукати максимальне та мінімальне по модулю власне значення матриці?
3. В чому є ідея QR-алгоритму для пошуку всіх власних значень матриці?
4. Як можна відшукати власні значення діагональної, трикутної та блоково-трикутної матриці?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10 – 12].

Тема 6. Чисельні методи наближення функцій

1. Сформулюйте постановку задачі наближення функцій. Які постановки задачі наближення функцій ви ще знаєте?
2. В чому полягає метод найменших квадратів для апроксимації функцій?
3. В чому полягає лінійна інтерполяція функції? Коли її слід застосовувати?
4. В чому полягає квадратична інтерполяція функції? Коли її слід застосовувати?
5. Що називається інтерполяційним поліномом Лагранжа? Коли його слід застосовувати?
6. Що називається сплайном?
7. В чому полягає лінійна сплайн-інтерполяція функції? Коли її слід застосовувати?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь

Тема 7. Чисельне диференціювання функцій

1. Сформулюйте постановку задачі диференціювання функцій. Які постановки задачі диференціювання функцій ви ще знаєте?
2. Що називається інтерполяційним багаточленом Ньютона? Як його застосовують при виведенні формул чисельного диференціювання функцій?
3. Які види формул чисельного диференціювання функцій ви знаєте? Коли їх застосовують?
4. Що називається кроком чисельного диференціювання?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 8. Чисельне інтегрування функцій

1. Сформулюйте постановку задачі чисельного інтегрування функції.
2. В чому полягає ідея методу трапецій?
3. В чому полягає ідея методу Сімпсона?
4. Який з цих методів має більшу точність?
5. Вкажіть алгоритм за яким можна розрахувати значення визначеного інтеграла з заданою точністю.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16].

Тема 9. Чисельне інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші

1. Що називається звичайним диференціальним рівнянням?
2. Сформулюйте постановку задачі Коші для звичайного диференціального рівняння. Що є її розв'язком? У якому вигляді знаходиться розв'язок чисельним методом?
3. Який з відомих Вам методів розв'язання задачі Коші для звичайного диференціального рівняння треба застосовувати в тих чи інших випадках?
4. Метод Рунге-Кутта 4-го порядку, оцінки погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 10. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь

1. Сформулюйте постановку крайової задачі для звичайного диференціального рівняння. Що є її розв'язком? У якому вигляді знаходиться розв'язок чисельним методом?
2. Метод кінцевих різниць для лінійної крайової задачі, оцінки погрішності.

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 13; 14; 16; 17].

Тема 11. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь

1. За якими критеріями проводиться класифікація інтегральних рівнянь?
2. В чому різниця між прямими та ітераційними чисельними методами?
3. Які прямі методи розв'язання інтегральних рівнянь Ви знаєте?
4. Які ітераційні методи розв'язання інтегральних рівнянь Ви знаєте?
5. В чому суть методів апроксимуючих функцій? Які методи апроксимуючих функцій Ви знаєте та чим вони відрізняються?

Література: основна [1 – 9]; додаткова [10; 12; 15].

10. Індивідуально-консультативна робота та розрахунково-графічні завдання

Індивідуально-консультативна робота здійснюється за графіком індивідуально-консультативної роботи у формі: індивідуальних занять, консультацій, перевірки виконання індивідуальних завдань, перевірки та захисту завдань, що винесені на поточний контроль тощо.

Індивідуально-консультативна робота з теоретичної частини дисципліни проводиться у вигляді:

- індивідуальних консультацій (запитання-відповідь стосовно проблемних питань теоретичного матеріалу дисципліни);
- групових консультацій (розгляд теоретичних положень, які важко піддаються осмисленню).
- Індивідуально-консультативна робота з практичної частини дисципліни проводиться у вигляді:
- індивідуальних консультацій (розгляд практичних завдань, стосовно яких виникли питання);
- групових консультацій (розгляд типових задач, які викликають труднощі у студентів).

Індивідуально-консультативна робота для комплексної оцінки засвоєння матеріалу за робочою програмою навчальної дисципліни проводиться у вигляді:

- індивідуального захисту студентами виконаних лабораторних робіт; підготовки доповідей для виступу на науковому семінарі;
- підготовки доповідей для виступу на науковій конференції.

Розрахунково-графічні завдання

Основне призначення РГР полягає в тому, щоб:

- систематизувати і закріпити теоретичний матеріал курсу “Чисельні методи”;
- набути достатніх практичних навичок розв’язування типових задач, які виникають при побудові моделей систем різного рівня;
- забезпечити індивідуальну роботу кожного студента.

Система формування оцінки РГР наступна.

Форми контролю виконання РГР

Вид роботи	Форма контролю	Кількість балів
Структура роботи	1. Відповідність умовам завдання	0...2
	2. Відповідність вимогам стандартів	0...1
Пояснювальна записка	1. Обґрунтованість рішень	0...2
	2. Посилання на першоджерела	0...1
	3. Відповідність оформлення вимогам	0...1
	4. Своєчасність здачі	0...1
Захист РГР	Самостійність виконання (відповіді на запитання або презентація)	0...2
Разом		0...10

Докладна інформація щодо змісту РГР міститься в [14].

11. Методи контролю

При вивченні курсу “Чисельні методи” з урахуванням відсоткового співвідношення годин на лекції, практичні заняття передбачений поточний контроль з виставленням оцінок, проведення контролю навичок при розв’язанні задач (модульні контрольні роботи), захист індивідуальних та контрольних робіт. Оцінка знань при поточному контролі здійснюється згідно розділу 12.

Підсумковий контроль – екзамен – проводиться наприкінці 3-го семестру, в усній або письмовій формі (за тестами).

Контроль самостійної роботи проводиться у вигляді контрольної роботи і колоквіуму.

Оцінювання знань студентів здійснюється відповідно до [«Положення про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів вищої освіти Національного університету «Чернігівська політехніка»](#).

З дисципліни студент може набрати до 60% підсумкової оцінки за виконання всіх видів робіт, що виконуються протягом семестру і до 40% підсумкової оцінки – на екзамені.

Виконання та особистий захист усіх лабораторних робіт, зазначених у робочій навчальній програмі з дисципліни, є обов'язковим. Поточний контроль проводиться шляхом спілкування із студентами під час лекцій та консультацій та опитувань студентів під час захисту лабораторних робіт [12].

Результати поточного контролю за відповідний модуль оприлюднюються викладачем на наступному аудиторному занятті. Бали, які набрані студентом під час модульних контролів, складають оцінку поточного контролю.

Семестровий контроль у вигляді екзамену проводиться під час сесії з п'ятьма запитаннями: двома теоретичними (по 12 балів максимум за кожне) та трьома практичними (16 балів максимум). Оцінка за результатами вивчення дисципліни формується шляхом додавання підсумкових результатів поточного контролю до екзаменаційної оцінки. Ті студенти, які не виконали всі обов'язкові види робіт та за результатами роботи в семестрі набрали менше 20 балів, мають пройти повторний курс вивчення дисципліни. Взаємозв'язок між набраними балами і оцінкою наведений у розділі 10.

Якщо відповідь повна і зміст відповіді студента повністю відповідає сутності поставленого запитання, можна отримати від 33 до 40 балів. В тому випадку, коли студент виконує всі завдання без грубих помилок, можна отримати від 24 до 32 балів. Якщо при виконанні завдань студент допускає грубі помилки, і всі запитання вирішені менш, ніж на половину, можна отримати від 17 до 24 балів. За невиконанні хоча б одного завдання, не можна отримати більше 16 балів.

Складання екзамену є обов'язковим елементом підсумкового контролю знань для студентів, які претендують на оцінку «А», «В», «С».

В випадку повторного складання екзамену всі набрані протягом семестру бали анулюються, а повторний екзамен складається з трьома питаннями: двома теоретичними (по 30 балів максимум за кожне) та одним практичним (40 балів максимум). Білети знаходяться у пакеті документів на дисципліну.

У випадку, якщо здобувач вищої освіти протягом семестру не виконав у повному обсязі передбачених робочою програмою навчальної дисципліни всіх видів навчальної роботи, має невідпрацьовані практичні, лабораторні роботи, має більше 30% пропусків навчальних занять (без поважних причин) від загального обсягу аудиторних годин відповідної навчальної дисципліни або не набрав мінімально необхідну кількість балів (тобто кількість балів, яка сумарно з максимально можливою кількістю балів, які здобувач вищої освіти може отримати під час семестрового контролю не дозволить отримати підсумкову оцінку «задовільно – Е, 60 балів»), то він не допускається до складання екзамену (диференційованого заліку) під час семестрового контролю, але має право ліквідувати академічну заборгованість у порядку, передбаченому [«Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань ЗВО НУ «Чернігівська політехніка»](#). Повторне складання екзамену з метою підвищення позитивної оцінки не дозволяється.

Політика дотримання академічної доброчесності ґрунтується на [«Кодексі академічної доброчесності Національного університету «Чернігівська політехніка»](#).

12. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль за модулями

Модуль за тематичним планом дисципліни та форма контролю	Кількість балів
Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій	0...56

1	Повнота ведення конспектів занять	0...6
2	Теоретична підготовка до лабораторних робіт (тестування) 1	0...10
3	Самостійність і своєчасність виконання лабораторних робіт 1,2,3	0...30
4	Виконання РГР 1	0...10
Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь		0...56
1	Повнота ведення конспектів занять	0...6
2	Теоретична підготовка до лабораторних робіт (тестування) 2	0...10
3	Самостійність і своєчасність виконання лабораторних робіт 4,5,6	0...30
4	Виконання РГР 2	0...10

Підсумковий контроль

Модуль за тематичним планом дисципліни та форма контролю		Кількість балів
Модуль 1. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри, методи наближення функцій		0...100
1	Теоретичне питання	0...20
2	Практичне завдання	0...24
3	Результат поточного контролю	0...56
Модуль 2. Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь		0...100
1	Теоретичне питання	0...20
2	Практичне завдання	0...24
3	Результат поточного контролю	0...56

Для захисту лабораторної роботи студент повинен відповісти на всі контрольні запитання з методичних вказівок та на два запитання за вибором викладача з лекційного курсу за темою лабораторної роботи. За кожен лабораторну роботу студент отримує певну кількість балів з урахуванням максимальної кількості балів згідно наведеної вище таблиці. При цьому враховується якість оформлення звіту та повнота відповідей на запитання при захисті лабораторної роботи.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсової роботи	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
75-81	C		
66-74	D		
60-65	E	задовільно	не зараховано
0-59	FX	незадовільно	

13. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

Лекційний матеріал подається у вигляді презентацій за допомогою медіа-проектора або виведення на монітори робочих станцій. Під час лекцій аналізуються проблемні

ситуації, організується зворотний зв'язок з аудиторією шляхом формулювання запитань і стислих відповідей з обох сторін.

Особливістю виконання лабораторних робіт є застосування поряд зі стандартним математичним забезпеченням (табличний процесор MS Excel) системи Mathcad та мова R. При написанні програм допускається використання таких мов програмування, як C++, Java.

14. Методичне забезпечення

1. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Чисельні методи», для студентів спеціальності 121 – *Інженерія програмного забезпечення* [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://eln.stu.cn.ua/course/view.php?id=2687>

15. Рекомендована література

Базова

1. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навч. посіб. Т. 1 / В.А. Андруник, В.А. Висоцька, В.В. Пасічник, Л.Б. Чирун, Л.В. Чирун.; за заг. ред. В. В. Пасічника. – Львів: Новий Світ – 2000, 2019. - 469 с.
2. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навч. посіб. Т. 2 / В.А. Андруник, В.А. Висоцька, В.В. Пасічник, Л.Б. Чирун, Л.В. Чирун.; за заг. ред. В. В. Пасічника. – Львів.: Новий Світ-2000, 2019. – 536 с.
3. Чисельні методи пошуку оптимальних рішень // Дослідження операцій: підручник: затверджено МОН України / А.В. Катренко. – Львів: Магнолія-2006, 2009. – С.312-341.
4. Чисельні методи: [навч. посіб.] / М.В. Кутнів. – Л.: Вид-во «Растр-7», 2010. – 288 с.
5. Чисельні методи: Підруч. для студ. вищ. навч. закл. / Г. Г. Цегелик; Львів. нац. ун-т ім. І.Франка. – Л., 2004. – 407 с.
6. Числові методи: навчальний посібник / С. М. Москвіна – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 326 с.
7. Фельдман, Л.П. Чисельні методи в інформатиці: підручник для вищ. навч. закладів / Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Вид. група ВНУ, 2006. – 479 с.

Допоміжна

8. James P. Howard, II Computational Methods for Numerical Analysis with R. - The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory Laurel, Maryland, USA, 2017. – 279 с. – Режим доступу: <https://ua1lib.org/book/3319003/ce4549?id=3319003&secret=ce4549>
9. Вступ до числових методів: Навч.посіб. для вищ. закл. освіти / П.І. Каленюк, В.А. Бакалець, І.І. Бакалець, Н.В. Горбачова, П.Л. Сохан; Держ. ун-т «Львів. політехніка». – Л., 2000. – 145 с.
10. Джон Г.Метьюз, Куртин Д.Финк. Чисельні методи. Використання MATLAB. – М.: Видавництво «Вільямс», 2009. – 720 с.
11. Методи обчислень: Частина 1. Чисельні методи алгебри [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Наука про дані (Data Science) та математичне моделювання» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. В. Третиник, Н. Д. Любашенко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,94 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 138 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/28225>
12. Паранчук Я.С., Мороз В.І. Алгоритмізація та програмування. MathCAD: Навчальний посібник. Друге видання. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2008. – 312 с.
13. Пліс А.И., Слівіна Н.А. MathCad. Математичний практикум для інженерів та економістів. – М.: Фінанси та статистика, 2008. – 653с.

14. Програмування числових методів мовою Python: підруч. / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий; за ред. А. В. Анісімова. – К.: Видавничополіграфічний центр "Київський університет", 2014. – 640 с.
15. Самарський А.А., Гупик А.В. Числові методи. – М.: Наука, 2000. – 432с.
16. Чисельні методи: навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
17. Шаповаленко В. А. Чисельне обчислення функцій, характеристик матриць і розв'язування нелінійних рівнянь та систем рівнянь: Навч. посібник / Шаповаленко В.А., Буката Л.М., Трофименко О.Г. – Одеса: ВЦ ОНАЗ, 2010. – Ч.1. – 88 с.
18. Шаповаленко В. А. Чисельне обчислення функцій, характеристик матриць і розв'язування нелінійних рівнянь та систем рівнянь: Навч. посібник / Шаповаленко В.А., Буката Л.М., Трофименко О.Г. – Одеса: ВЦ ОНАЗ, 2010. – Ч.2. – 88 с.

Ресурси мережі Інтернет

19. Statistics with R – Режим доступу: http://zoonek2.free.fr/UNIX/48_R/all.html
20. The Comprehensive R Archive Network – Режим доступу: <http://cran.r-project.org>
21. Чернігівський національний технологічний університет. Moodle. Чисельні методи. Режим доступу: <https://eln.stu.cn.ua/course/view.php?id=2687>